

心肌组织螺旋波和回卷波的数值分析^{*}

刘深泉 蒋 祺

(华南理工大学 应用数学系, 广东 广州 510640)

摘要: 利用数值方法, 研究激发介质的波形结构, 通过计算得到平面螺旋波及其破碎图形, 空间回卷波及其扭曲图形, 根据波形图案解释了 BZ 化学反应和阿米巴细菌聚集的实验现象, 描述了心肌激发介质内部的波形构造.

关键词: 激发介质; 螺旋波; 回卷波

中图分类号: Q 612

文献标识码: A

许多自然现象具有激发介质的特性, 如 BZ (Belousov-Zhabotinskii) 化学反应、阿米巴细菌的聚集、人体心脏心肌组织等^[1~4]. 这类介质的特点是, 介质受到小的扰动时, 介质本身很快恢复到原来静息状态, 介质受到超过某一临界值的扰动时, 介质会出现长时间的激发状态, 然后再恢复到平衡状态. 在激发介质的研究中, BZ 反应的实验最简单, 心脏心肌组织最复杂. 所以, 一般的实验研究集中在 BZ 反应上, 期望通过 BZ 反应的特性, 了解心脏心肌组织的特点. 对 BZ 反应, 已有的实验表明, 在浅盘中放置 BZ 溶剂, 溶剂中会出现螺旋、双螺旋和超螺旋等图案, 在一定条件下, 螺旋波出现破碎, 波形的波尖出现漫游, 这种漫游的轨迹呈扭曲的螺旋链, 部分扭曲成环^[2,3]. 在试管中放入 BZ 溶剂, 则溶剂的图案十分复杂, 波形曲面表现为扭曲曲面、回卷波形等, 对应回卷波的组织中心有圆环、螺旋线及其扭曲等形式^[4]. 典型的阿米巴细菌聚集呈现螺旋、双螺旋及其破碎等形式^[3]. 对心肌组织, 人体的实验比较困难, 但在动物心脏表面, 实验得到螺旋波形及其破碎等波形变化, 心脏心肌的内部至今没有系统的实验结果^[1,6].

激发介质的研究, 理论上都抽象为如下模型:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \Delta^2 u + \varepsilon^{-1} f(u, v) \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \varepsilon \tau \Delta^2 v + g(u, v) \end{cases} \quad (1)$$

这里 u 称为快变量, v 为慢变量. 其余符号是模型参数. 反应项 $f(u, v)$, $g(u, v)$ 的不同形式, 表示不同的物理模型. 其共同特点是 f 的零值线 $f(u, v) = 0$ 有 3 个分支: 静息态 $u = u_-(v)$, 不稳定的 $u = u_0(v)$ 和激发态 $u = u_+(v)$, g 的零值线单调变化. 两者的交点在 $f(u, v) = 0$ 左边一支 $u = u_-(v)$ 上. 激发介质的激发态常指空间某一区域, 此区域包含两个曲面作边界, 从 $u = u_-(v)$ 跳跃到 $u = u_+(v)$ 的边界曲面称为波前; 从 $u = u_+(v)$ 恢复到 $u = u_-(v)$ 的边界曲面称为波后, 波前和波后的相交区域抽象为组织中心.

对方程(1), 已有的理论结果是波前曲面的法向速度和平均曲率具有线性关系, 此关系可以解释简单的波形图案, 但对复杂波形则无能为力^[7]. 文献 [7, 8] 还对波尖、组织中心等结构提出一般的理论, 但由于问题的复杂性, 目前进展不大.

对方程(1)附加 Neumann 边界条件, 数值结果表明^[5,9], 平面具有螺旋波及其破碎, 波尖轨迹为扭曲链环, 空间具有回卷波及其扭曲, 组织中心具有螺旋形、环形及其扭曲、打结和连接等形式. 本文对方程(1)进行数值分析, 计算得到螺旋波、破碎螺旋波等平面波形, 三维得到回卷波及其扭曲的图案, 这些结果解释了 BZ 反应的实验现象.

收稿日期: 2002-04-08

*基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19902005)

作者简介: 刘深泉(1964—), 男, 博士, 副教授, 主要从事生物力学、数学模型研究.

1 数值计算

方程(1)的数值分析有很多方法^[5,9,12], 早期的计算常用直线分段逼近反应项, 然后用欧拉差分进行计算. 这里采用单扩散的 Bar-Eiswirth 模型^[10], 计算采用 Windows 版的软件 Ezspiral. 计算所用模型如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \Delta^2 u + \epsilon^{-1} u(1-u) \left(u - \frac{v+b}{a} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} = u - v \end{cases} \quad (2)$$

对方程(2)的计算, 有二维和三维两种情形. 先看平面情形, 这里采用文献 [11, 12] 提出的隐式欧拉差分格式的算法, 在矩形 $[0, 40] \times [0, 40]$ 附加 Neumann 边界条件, 时间步长 $t = 0.8$ s, 每个方向分点个数为 121, 常数参数 $a = 0.5, b = 0.01, \epsilon = 1/50$,

介质的激发态可用 u 或 v 来描述, 这里用 u 来表示激发介质的激发状态, 其中 $0.1 < u < 1$.

方程(2)计算时, 变量 u, v 的初始条件取常数, 图形看到的是固定时间 $t = 300$ s 的波形图案. $t = 600$ s 的图形是 $t = 300$ s 的计算结果作为初始条件时, 又计算 $t = 300$ s 得到的波形, $t = 900$ s 的图形是 $t = 600$ s 的计算结果作为初始条件, 又计算 $t = 300$ s 的波形. 图 1 中可以看到螺旋波的旋转变化, 波形图案和 BZ 反应或阿米巴细菌聚集的实验完全一致^[2,3].

若将参数 a 增大, 取 $a = 0.75$, 其它参数和初始条件不变, 每个方向分点个数仍取 121, 得到图 2 所示螺旋波及其破碎的图形, 这些波形同样出现在 BZ 反应或阿米巴细菌聚集的实验^[2,3] 中, 这样就用数值方法解释了激发介质的实验结果.



(a) $t = 300$ s

(b) $t = 600$ s

(c) $t = 900$ s

图 1 激发介质的螺旋波

Fig. 1 Spiral waves of excitable media



(a) $t = 200$ s

(b) $t = 500$ s

(c) $t = 1000$ s

图 2 激发介质螺旋波的破碎

Fig. 2 Breakup of spiral wave in excitable media

在图 2 中, 波形仍是固定时间 $t = 200$ s 时激发态的波形图案, $t = 500$ s 的图形是 $t = 200$ s 的结果作为初始条件, 又计算了 $t = 300$ s 得到的波形, 而 $t = 1000$ s 的波形是 $t = 500$ s 的结果作为初始条

件, 又计算 $t = 500$ s 得到的波形.

图 1 和图 2 中的螺旋波及其破碎图形, 解释了 BZ 反应或阿米巴细菌聚集的实验现象. 其中螺旋波破碎的情形具有重大意义, 反映在心肌组织上, 一

种流行的观点是,心肌内部的破碎波形可导致心动过速,严重时导致纤维性颤动,危及人的生命^[1,6].但出现螺旋波破碎的条件比较复杂,本数值计算结果只说明一定条件下,心肌组织表面具有螺旋波及其破碎的结构,一般螺旋波破碎的条件与激发介质的回复曲线(Restitution Curve)有关^[13].

对三维情形,仍利用上面的算法,在立体 $[0, 30] \times [0, 30] \times [0, 30]$ 附加 Neumann 边界条件,参数 $a=0.8$, $b=0.01$, $\epsilon=1/50$,时间步长 $t=0.8$ s,每个方向分点个数为41,波形的激发态仍用 $0.1 < u < 1$ 描述,得到图3所示的结果.

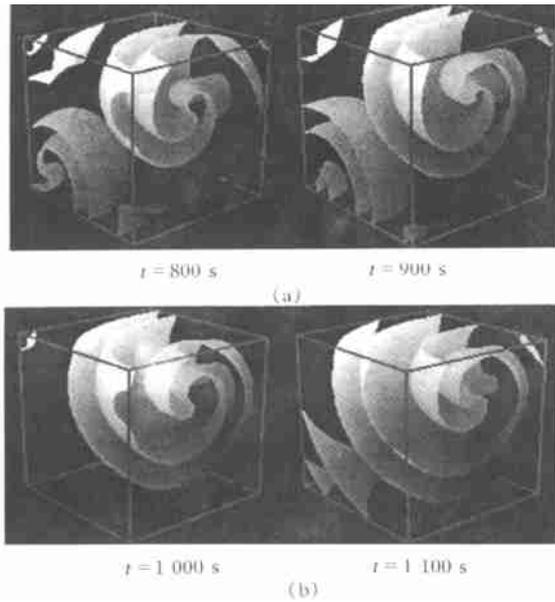


图3 回卷波的波形

Fig.3 Scroll wave patterns

计算过程中,方程(2)中变量 u, v 的初始条件取常数, $t=800$ s的图形是固定时间的波形, $t=900$ s的图案是以 $t=800$ s的结果作为初始条件,又计算了 $t=100$ s得到的波形,而 $t=1000$ s, $t=1100$ s的图形是以 $t=800$ s的图形作为初始条件,又计算了 $t=200$ s, $t=300$ s的波形.图3表示激发介质回卷波形的图案,这样的三维波形,在试管内BZ化学反应的实验中可以看到.由于心肌作为激发介质是三维结构,上述波形结构实际模拟了心脏心肌内部动作电位的变化.虽然我们很难得到心脏心肌组织的实验结果,但这里数值实验给出了对应波形的空间变化规律.由图形看到,空间的波形图案十分复杂,阐明回卷波的变化机理比较困难.

2 结论

本文利用数值方法,得到激发介质的波形图案.

在这里波形曲面的形式,平面的螺旋波、螺旋波的破碎等变化,空间得到回卷波形结构.这些数值结果解释了BZ反应或阿米巴细菌聚集的实验现象,由于心脏心肌组织具有同样的机理,从而数值实验说明,心脏心肌表面的动作电位呈现螺旋波形.螺旋波破碎等形式,心脏心肌的内部具有回卷波形的结构.但螺旋波破碎产生的条件、波尖变化规律,回卷波形的变化机理、组织中心的轨迹等普遍关心的问题,这里没有涉及,仍需进一步研究.

参考文献:

- [1] Glass L, Mackey M C. From clocks to chaos: the rhythm of life [M]. USA: Princeton Univ. Press 1998.
- [2] Perez-Munuzuri V, Aliev R, Vasiev B et al. Super-spiral structure in an excitable medium [J]. Nature, 1991, 353(24): 740-742.
- [3] Hofer T, Sherraff J A, Maini P K. Cellular pattern formation during dictyostelium aggregation [J]. Phys D, 1995, 85: 425-444.
- [4] Pertsov A M, Aliev R R, Krinsky V I. Three-dimensional twisted vortices in an excitable chemical medium [J]. Nature, 1991, 345(31): 419-421.
- [5] Jahnke W, Skaggs W E, Winfree A T. Chemical vortex dynamics in the BZ reaction and in the 2-variable Oregonator model [J]. J Chem Phys, 1989, 93: 740-749.
- [6] Xie Fagen, Qu Zhilin, Garfinkel A. Dynamics of reentry around an obstacle in cardiac tissue [J]. Phys Rev E, 1998, 58: 6355-6358.
- [7] Keener J P. The dynamics of three-dimensional scroll waves in excitable media [J]. Phys D, 1988, 31: 269-276.
- [8] 刘深泉. 激发介质中螺旋波的波尖运动 [J]. 物理学报, 1998, 47: 1057-1063.
- [9] Winfree A T. Persistent tangled vortex rings in generic excitable media [J]. Phys D, 1995, 84: 126-132.
- [10] Bär M, Eiswirth M. Turbulence due to spiral breakup in a continuous excitable medium [J]. Phys Rev E, 1993, 48: 1635-1637.
- [11] Dowle M, Mantel R M, Barkley D. Fast simulations of waves in three-dimensional excitable media [J]. Int J Bif Chaos, 1997, 7(11): 2529-2546.
- [12] Barkley D. A model for fast computer simulation of waves in excitable media [J]. Physical D, 1991, 49: 61-70.
- [13] Zemlin C W, Panfilov A V. Spiral waves in excitable media with negative restitution [J]. Phys Rev E, 2001, 63: 121-124.

(下转第80页)

4 结 语

这种以反射为基础的测量方法已经引起更多的重视和研究^[4,5],它比起其他方法具有更多的优点,如从适应范围看,入射角小于临界角情况下测量的依据是菲涅耳公式,具有极普遍的意义.因此对待测溶液没有特殊要求,适应范围广.另外,由于在靠近临界角的区域反射能量随角度的变化十分显著,因此测量的灵敏度较高.采用反射方式也可以直接进行检测,做到快速简便,有利于测量向在线方向发展.对入射角大于临界角时的情况,所使用的衰减全反射方法利用了反常色散的特征波长进行测量,从而可以进一步进行选择性的测量浓度的研究,这是极具吸引力的发展方向.总的来说,以上两种方法都具有发展潜力,只要对它们进行更深入的探讨,改进实验方法(例如在大于临界角时采用多棱镜组合的多次全反射方式等),就能够使测量效果更好,具有更

广阔的应用前景.

参考文献:

- [1] 赵凯华, 钟锡华. 光学 [M]. 北京: 北京大学出版社, 1984.
- [2] 方俊鑫, 曹庄琪, 杨傅子. 光波导技术物理基础 [M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1988.
- [3] 密勒 R, 斯特斯 B. 红外光谱学的实验方法 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1985.
- [4] Valenzuela Augusto Garcia, Uribe Rufino Diaz. Detection limits of an internal-reflection sensor for the optical beam deflection method [J]. Appl Opt, 1998, 37: 4 456—4 463.
- [5] Villatoro Joel, Valenzuela Augusto Garcia. Measuring optical power transmission near critical angle for sensing beam deflection [J]. Appl Opt, 1998, 37: 6 648—6 653.

Prism Internal Reflection Sensor Method for Measuring Liquid Density

Zhang Mei Zhang Ji xiong

(Dept. of Applied Physics, South China Univ. of Tech., Guangzhou 510640, China)

Abstract: A sensor method is for measuring liquid density based on prism internal reflection. The relationship between the energy of reflection light and liquid density is discussed at the two kind of incident angle less than or more than critical angle, the experiment setting and two methods for measuring liquid density are also presented. The experimental results and the analysis show that the proposed methods are feasible and have a wide applicable prospect.

Key words: prism; critical angle; energy of reflection light; density

(上接第76页)

Numerical Analysis to Spiral Waves and Scroll Waves in Cardiac Tissue

Liu Shen-quan Jiang Qi

(Dept. of Applied Mathematics, South China Univ. of Tech., Guangzhou 510640, China)

Abstract: The structure of wave in excitable media is studied by numerical method. Calculated results show that the spiral waves and breakup in the plane, scroll waves and twist in the space are obtained. These wave patterns explain the experimental results of BZ reaction and dictyostelium aggregation, and describe the wave structure of cardiac tissue.

Key words: excitable media; spiral wave; scroll wave