

耦合的半导体激光器的异动力学与光电反馈

S. SHAHIN,^{1,*}† F. VALLINI,^{1,†} F. MONIFI,^{1,†} M. RABINOVICH,² AND Y. FAINMAN¹

¹ 美国加州大学圣地亚哥分校, 电气与计算机工程系

² 美国加利福尼亚州拉霍亚教研室, 非线性科学机构,

*通讯作者: shshahin@ucsd.edu

广义洛特卡-的 Volterra (GLV) 方程是在科学的各个领域用于描述中的 N 的网络拓扑交互节点群中竞争动态重要方程。在这种信, 我们引入一个光子网络由三个光电子交叉耦合的半导体激光器的实现 GLV 模型。在这样的网络中, 强度和载流子反转率的相互作用, 以及激光振荡器的节点的相位, 导致各种动力学。我们研究的非对称耦合的强度和频率的半导体激光器, 并表明抑制非对称耦合是必需的, 以实现激光的节点的连续振幅振荡之间失谐的影响。这些研究是由用于模型的大脑认知活动及其与耦合激光振荡器中获得动力对应的动态模型主要动机。

OCIS 代码: (140.3325) 激光耦合; (250.5960) 半导体激光器; (190.4360) 非线性光学, 装置; (200.0200) 光学在计算。

<http://dx.doi.org/10.1364/OL.41.005238>

竞争与合作发生在许多网络/社会里组成节点/种群直接或间接地彼此交互。这种现象已经在各种领域, 如生态学和进化[1], 从而产生独特的空间图案的人群中分散环境中观察到[2], 与频率相关的癌症进展和动力学[3,4], 并在基因网络集体振荡[5]。此外, 在过去的几十年中, 科学家利用这些动态描述认知过程, 如顺序的学习和决策的大脑[6,7]。这种动力学已在细胞神经网络[8]被进一步引入。

要建立数学模型的人群或动态网络的节点之间的相互作用, 不同的模型和方程组相继出台。用于表达和预测的 N 网络拓扑内相互作用的节点群的持续竞争的命运, 例如方程之一重要集合是广义的 Lotka-Volterra 的 (GLV) 方程[9-11]的。这组常微分方程具有对应节点比赛的结果几个动态的解决方案。通过改变节点之间的相互作用速率, 洛特卡-Volterra 方程能够产生简单的吸引, 稳定异通道 (特别困难), 极限周期, 甚至是混乱的解决方案。这些动态已建议神经人口动态, 以及单个神经元的活动[12]建模。在激光物理学的上下文中, 它们已被用于描述其中模式通过交叉饱和系数[13]彼此耦合多模激光器的模式之间的相互作用。

然而, 在多模激光器中, 这些参数是固有的激光器结构并且被固定, 阻止我们探索和不同动力学之间的切换, 因此, 物理问题映射到系统。在这种信, 我们介绍由设计成使半导体激光器的速率方程类似的 Lotka-Volterra 方程耦合激光器的网络。应当注意的是, 由于半导体激光器呈现载流子密度依赖性的折射率, 相位和振幅的光场被耦合到彼此。因此, 我们提出了利用激光振荡器的耦合阵列的复振幅的物理配制复杂洛特卡-的 Volterra (CLV) 方程。

在这样的系统中, 采用光电子耦合的半导体激光器, 有竞争力的动力学可以在光学平台来实现。在另一方面, 反馈激光器是高度非线性系统, 允许更复杂的动力学行为的出现。在这里, 我们研究了激光输出光子数和光相位之间的竞争/合作的不同的制度。此外, 我们研究的非对称耦合的强度和频率的半导体激光器之间失谐的影响, 并证明 winnerless, 赢家通吃 (WTA), 以及赢家股-所有 (WSA) 比赛。我们还演示了部分同步激光节点和异频道的节目中分叉一路混乱的制度。

我们的模型的目标是实现由洛特卡-沃尔泰拉方程支配的光子平台。为了实现这一点，我们提出了通过相互非对称抑制连接相互作用 N 个激光节点的网络[参照图 1 的 (a)]。这些连接是通过光电反馈环[14-17]来实现。我们假设反馈延时时间是可以忽略不计，相比于系统的响应时间这是一个有效的假设为一个片上实现，其中所述光路和配线短[18]。为了简单起见，计算分析为 $N=3$ 个单模半导体激光器（网络的节点）具有独立的固有频率来完成。在图 1 (b) 所示所提出的架构中，外差 RF 击败每对激光输出中的音符，被转换成光电流，然后添加到每个激光的具有独立放大或衰减（网络节点之间的抑制连接的偏置电流）。为 N 个节点的一般情况下，该组描述从第 j 个激光，其粒子数反转 N_j 发射的辐射的缓慢变化，复振幅电场 E_j 的时间演变耦合速率方程可写成如下形式一 CLV 方程式的[19]

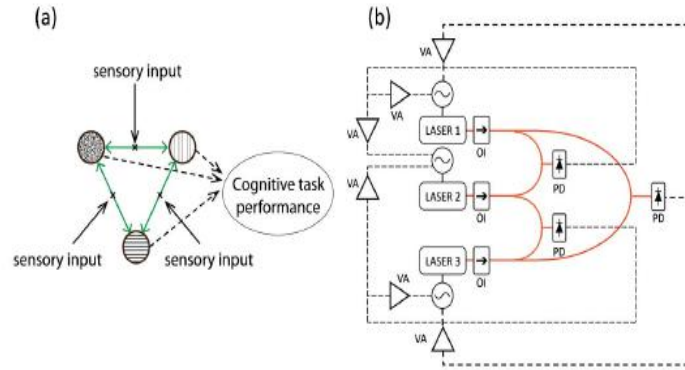


图 1 (a) 中由网络的多个节点通过抑制连接相互作用。感官输入信号影响系统的控制参数，从而导致系统的动态状态的变化。(b) 中我们所提出的方案：通过非线性光电反馈耦合三个半导体激光器。的实线和虚线示出的光学和电子连接；OI, PD, 和 VA 分别代表光隔离器，光检测器，和可变放大器（衰减器）。

$$\frac{dE_j}{d\tau} = \frac{\Gamma G_0}{2} (1 + i\alpha) n_j E_j + i(\omega_j - \omega_0) E_j - \mu_j |E_j|^2 E_j, \quad j=1, \dots, N, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{dn_j}{d\tau} = & \frac{I_j - I_{tb}}{e} - \frac{1}{e} \sum_{k=1, k \neq j}^N \eta_{jk} [|E_j|^2 + |E_k|^2] \\ & + E_j E_k \cos(\Delta\omega_{jk} + \varphi_k - \varphi_j) - \frac{n_j}{\tau_c} - \left(\frac{1}{\Gamma} + G_0 n_j \right) |E_j|^2 \end{aligned} \quad (2)$$

其中 Γ 是激光波导的约束因数， G_0 是在透明性的材料增益， α 是线宽增强因子， ω_j 是所述激光的固有频率， ω_0 是谐振腔共振频率， μ_j 是非线性增益自饱和添加到帐户在高功率的增益的非线性[20]， I_j 和 I_{tb} 是偏置和阈值电流， e 是基本电荷， τ_c 和分别 τ_p 是载波和光子寿命，是依赖于时间的感觉输入的矢量。 η_{jk} 和 $\Delta\omega_{jk} = \omega_k - \omega_j$ 代表反馈的强度和频率的激光器 j 和 k 其是在感觉输入变化敏感之间失谐。此外， φ_j 是激光 j 的光学相位却忽视了自发发射耦合到激光模式为我们的分析的简单性。感官输入可以影响反馈强度和/或频率的激光器之间失谐。

通过定义 $t = \tau / \tau_p$ ，对于激光的振幅和相位的无量纲方程可以在形式写

$$\frac{dR_j}{dt} = Z_j R_j - \xi_{sj} R_j^3, \quad j=1, \dots, N, \quad (3)$$

$$T \frac{dZ_j}{dt} = P_j - Z_j - (1 + 2Z_j) R_j^2 - \sum_{k=1, k \neq j}^N \xi_{jk} (R_j^2 + R_k^2 + R_j R_k \cos \Psi_{jk}) \quad (4)$$

$$\frac{d\Psi_j}{dt} = \alpha (Z_j - Z_k) + \Omega_{jk} \quad (5)$$

其中 R_j 和 Z_j 分别是场振幅和激光 j 的载波反转。 ξ_{sj} , ξ_{jk} 和 Ψ_{jk} 是归一化的非线性自饱和, 非线性光电反馈系数, 且激光器 j 和 k 之间的相位差; 分别。 T 是定义为载体和光子寿命的比该系统的特征时间, P_j 是高于阈值的泵参数, 和 $\Omega_{jk} = (\omega_k - \omega_j) \tau_p$ 代表激光器 j 和 k 之间的失谐。在此信中使用的参数是 $\xi_{sj} = 5.3 * 10^{-3}$, $\tau_c = 3ns, \tau_p = 3.3ps, P=1$ 并为所有激光器。

接着, 我们研究了三种耦合的半导体激光振荡器这样的网络的异动力学和演示各种动力学机制。让我们考虑三个加上自由运行激光器的情况下, 没有外部输入。对于 $N=3$ (在不存在相的), 方程系统 (3,4) 具有七个非平凡平衡 (固定点), 和激光器之间的竞争依赖于围绕这些点的线性化系统的特征值的结果。该系统的非平凡的固定点包括三个在 R_1 , R_2 和 R_3 的轴线 (轴固定点), 三上 $R_1 R_2$, $R_1 R_3$, 和 $R_2 R_3$ 平面 (平面固定点), 并用 R_1 , R_2 的非零值的中央固定点和 R_3 。激光器之间对应于它们的频率失谐三个附加参数六个耦合强度因子 (放大/衰减的程度), 并且可以用于控制系统。

但从非线性动力学的角度来看, 在各种应用中观察到的一个重要的动态是无赢家竞争(WLC), 其中每个组成节点处于无止境竞争一个临时连续赢家。这样的过程的数学图像是所谓的SHC。所述异通道出现因通过对应于最大特征值[11]不稳定分离式连接鞍均衡之间的顺序转变。这里鞍点之间的过渡可以被应用于描述不同节点活动之间的循环切换。图 2 (a) 示出了状态空间光场幅度的异动力学。图的结果。图 2 (a) 进行的情况下获得, 其中激光器具有与应当注意的 $\xi_{12} = \xi_{23} = \xi_{31} = 0.45$ 和 $\xi_{13} = \xi_{21} = \xi_{32} = 0$ 耦合系数零频率失谐该连通性的不对称性 (即 $\xi_{jk} \neq \xi_{kj}$) 是用于获得特别困难的必需品。在这种情况下, 所有的固定点是鞍具

有用于轴向和中心固定点和尺寸一个用于平面固定点的不稳定歧管尺寸的两个不稳定的歧管。线性化系统的特征值是 -0.0011 (顺序 2), $-0.0049 + 0.0470i$, 图 1 的 (a) 网络, 由多个节点通过抑制连接相互作用。感官输入信号影响系统的控制参数, 从而导致系统的动态状态的变化。(b) 中我们所提出的方案: 通过非线性光电反馈耦合三个半导体激光器。的实线和虚线示出的光学和电子连接; 分别是 OI, PD, 和 VA 代表光隔离器, 光检测器, 和可变放大器(衰减器), 分别如图 1 所示, 在 $0.8965 - 0.0011i$, $-0.0020 + 0.0307i$, $-0.0049 + 0.0470i$ 在平面 $-0.0033 + 0.0471i$, $-0.0108 + 0.0363i$, 在中心固定点 $0.0043 + 0.0363i$ 。

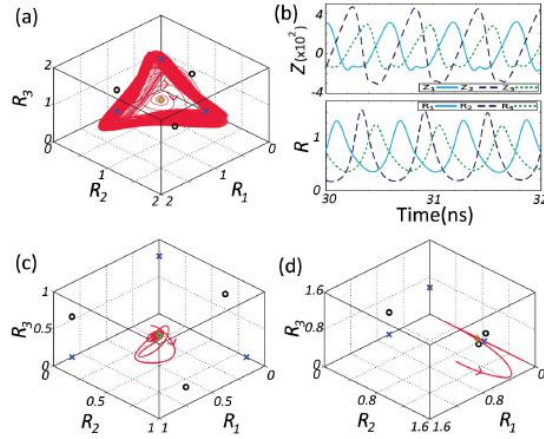


图 2 的 (a) 在 WLC 激光光电场振幅 R_1 R_2 R_3 的状态空间, 其中 $\xi_{12} = \xi_{23} = \xi_{31} = 0.45$ 和 $\xi_{13} = \xi_{21} = \xi_{32} = 0$ (b) 中 WLC 时间序列表示 R 和 Z (暂态数据此处丢弃)。 (c) 中 WSA 当所有轨迹收敛到一个稳定不动点, 示出了三种模式 ($\xi_{12} = \xi_{23} = \xi_{31} = 0.45$) 的共存。其中 $\xi_{13} = \xi_{21} = \xi_{32} = 0$ 假定所有三个激光器具有零失谐 (d) 在 WTAR 状态空间。该系统的固定点由蓝色十字 (轴向 FPS), 黑圆圈 (平面 FPS), 和绿色金刚石 (中央 FP) 表示。

有趣的是, 这个通道异出现不仅光电场的振幅和载波反转之间, 而且其中所述耦合激光器的相位差。在振荡器的相位鲁棒异信道的存在已经在耦合振子网络[21,22]被数学预测, 但是, 据我们所知, SHC 的两个强度和相位动力学共存之前从未被示出。的场振幅和载波反转的时间序列示于图 2 (b) 中。这个曲线图表明载反转 (Z_1 ; Z_2 ; Z_3) 经历连续无竞争的开关, 和一个类似的动态, 通过几十皮秒的延迟, 被夹带到载体反转光学振幅中观察到。此外, 通过设置, 该网络可以到达所有轨迹收敛到一个中央固定点 WSA 制度, 和所述资源在竞争节点 [图之间平分。图 2 (c)]。我们的动力系统的行为强烈地依赖于网络的振荡元件之间的连接的对称水平。改变到标记为 WTA, 其中, 与所述激光器之一的幅度相关联的所述固定点成为一个整体吸引另一个有趣的动态激光器引线之间非对称连接。这种类型的动态的, 通常被标记 WTA。发生这种情况时, 感觉输入强制所有, 但一个模式的抑制抑制变得更强, 从而导致所有的资源分配到一个模式。这种制度是由一个稳定的固定点表示, 如图 2 (d)。值得强调的是, 在这封信中的各种动态都通过调整控制参数获得。

得到假设零频率激光器之间失谐在图 2 中所示的所有动力机制, 一个具有挑战性的条件通过实验实现。因此, 有必要利用失谐, 考虑到它增加了额外的自由度控制我们系统的非线性动力学的作用。增加失谐可导致期间在第一分岔, 并可能导致更复杂的, 并且即使状混沌动力学, 如果失谐进一步增加。这些动态行为示于图中, 3 激光器 1 和 2 具有零失谐 ($\Delta\omega_{12} = 0$), 并且 $\Delta\omega_{13}$ 是我们的控制参数。如 $\Delta\omega_{13}$ 增加时, 稳定的周期轨道 [图图 3 (a)] 变得不稳定, 并用双期间出现的轨道 [图图 3 (b)]。在较大的失谐制度, 为期轨道成为周期中的四个轨道 [图图 3 (c)], 最后, 一个混乱状运动出现 [图图 3 (d)]。这样的多周期行为是在描述更复杂的动态过程是必不可少的。

值得一提的是, 相位差的动力学不一定遵循振幅动力学, 如示于图 3, 例如, 设置控制参数作为 $\xi_{12} = \xi_{23} = \xi_{31} = 0.35$ $\xi_{13} = \xi_{21} = \xi_{32} = 0.2$ 的通向极限周期, 以高频率波动调制, 如在图 2 中的振幅的状态空间 4 所示的 (a)。在这种情况下, 相位差的状态空间示出了具有在一

个平面上[图振荡轨迹的完全不同的行为。图 4 (b)]。相的行为可以通过时间序列的相位差来更好地理解，如图 4 (c) 所示。指示三个激光器之间（相位锁定窗口）部分同步的相位差本高原后跟一个失步窗口[23]。实际上，激光器 1 是锁相到激光器 2 (Ψ_{12} 是常量： $\neq 0$) 与 2π 的每个循环期间后的跳，而激光器 1 和 3 部分同步 ($\Psi_{31} \approx 0$) [24]。综观振幅，状态空间图可以说，相锁定用极限周期轨迹的非振荡部分来实现，而当高频波动出现发生了失步。此外，通过增加给 ξ_{12} 激光器 1 和 3 之间的连通性的抑制，因此能够提高相位锁定窗口为比冒泡事件要长得多，如图 4 (d)。同步机制是大规模网络，在那里它可以被用来触发不同的元素之间同步活动，以及所述网络的不同层的特性特征。

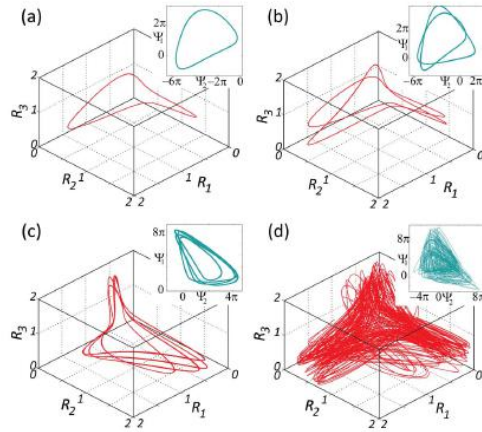


图 3. 通过增加参数 $\Delta\omega_{31}$ 控制实现场振幅和相位差（在插图中示出）的分支。瞬态数据都在这些数字被丢弃。使用的参数是 $\xi_{12} = \xi_{23} = \xi_{31} = 0.75$ 和 $\xi_{13} = \xi_{21} = \xi_{32} = 0$ 。激光器 1 和 2 具有零失谐，并且第三激光具有 $\Delta\omega_{13}$ 相对于它们失谐。 $\Delta\omega_{13}$ 增加，的状态空间 (a) 中最初的周期信号 ($\Delta\omega_{31} = 0$ 兆赫) 经历连续分叉如 (b) 中倍周期 ($\Delta\omega_{31} = 20$) 和 (c) 周期中的四个轨道 ($\Delta\omega_{31} = 99$ 兆赫)，并且最终变为 (d) 混沌样 ($\Delta\omega_{31} = 108$ 兆赫)。

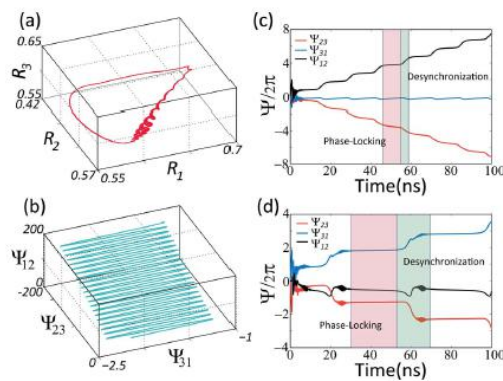


图 4 局部相位同步制度。（一）振幅状态空间，其中， $\xi_{13} = \xi_{21} = \xi_{32} = 0$ 和 $\Delta\omega_{12} = 40$ 兆赫； (B) 的相位差状态空间； (c) 中的归一化的相位差的时间序列表示；的归一化的相位差，其中 $\xi_{13} = \xi_{21} = \xi_{32} = 0$ ， $\xi_{13} = \xi_{21} = \xi_{32} = 0.2$ 的和 (d) 的时间序列表示。

总之，在此信，我们本 GLV 动态的解决方案，应用于由光电子交叉耦合的半导体激光器的光电子网络。在这样的网络中，强度和载流子反转率的相互作用，以及激光节点，结果在

各种溶液的相位。我们证明非对称耦合强度和频率激光器之间失谐的影响。已经证明，在不同节点之间的不对称抑制连接是实现激光节点的顺序振幅振荡（WLC 制度）和铅两者的灵敏和稳定的网络是至关重要的。值得一提的是，反馈到组成一个激光器的强度必须比反馈到其余大得多，以便他们中的一个在竞争中胜出，因此，该系统达到稳定国家政权。此外，为了避免混乱制度，小的耦合系数（相对于各激光器的泵浦功率）必须被使用。具有大的耦合系数的系统本质上是对频率失谐高度敏感。数值模拟附加地指示，各种动力学行为，包括高阶异周期可以在这种网络中被观察到。最后，我们还证明这有利于今后的任何大规模集成[25]激光节点之间的部分同步。解决我们的系统的另外的性质需要进一步的研究，如系统的相对于相位和强度噪声和系统的响应时间为感觉输入稳定性。

此信主要旨在促使追求的光学实现由脑动力学使用非线性耦合半导体激光振荡器与相互作用的可编程强度启发的处理器的。据研究，大脑模型的动态，特别困难的动力原理可以是连续的信息处理和短暂的认知情态动力学[26]的强劲表现的基本机制。实施特困一个简单的数学模型确实是一套 GLV 方程是的这里建模。在光学平台上，激光器是具有极高动力学行为时适当地联接合适的非线性分量。然而，处理真实世界的大数据将需要处理器与大量非线性耦合相互作用激光。我们预想的一个可扩展的，因此，基于 III / V 的混合集成和硅光子芯片我们的系统的实际执行经由互连一个电子控制器。应当指出的是，我们在这里介绍了什么是决策和联想记忆[27]的功能的复杂网络的构建模块。在一般情况下，如[7]中所示，这些小块可以被布置在不同的分层级别执行更复杂的认知任务。

基金 海军研究（ONR）的多学科研究计划（N00014-13-1-0678）办公室；美国国家科学基金会（NSF）（ECE3972, ECCS-1229677）；NSF 中心综合接入网络（EEC-0812072, 子：Y502629）；美国国防部高级研究计划局（DARPA）（N66001-12-1-4205）；这些作者同等贡献。

REFERENCES

1. J. Hofbauer and K. Sigmund, *Evolutionary Games and Population Dynamics* (Cambridge University, 1998).
2. G. Károlyi, Z. Neufeld, and I. Scheuring, *J. Theor. Biol.* 236, 12 (2005).
3. P. M. Altrock, L. L. Liu, and F. Michor, *Nat. Rev. Cancer* 15, 730 (2015).
4. J. M. Pacheco, F. C. Santos, and D. Dingli, *Interface Focus* 4, 20140019 (2014).
5. F. Mori and A. S. Mikhailov, *Phys. Rev. E* 062206, 1 (2016).
6. M. I. Rabinovich, A. Volkovskii, P. Lecanda, R. Huerta, H. D. Abarbanel, and G. Laurent, *Phys. Rev. Lett.* 87, 068102 (2001).
7. M. I. Rabinovich, P. Varona, I. Tristan, and V. S. Afraimovich, *Front. Comput. Neurosci.* 8, 22 (2014).
8. M. I. Rabinovich, R. Huerta, P. Varona, and V. S. Afraimovich, *PLoS Comput. Biol.* 4, e1000072 (2008).
9. P. Arena, L. Fortuna, D. Lombardo, L. Patan, and M. G. Velarde, *Int. J. Circ. Theor. Appl.* 37, 505 (2009).

10. M. I. Rabinovich, M. K. Muezzinoglu, I. Strigo, and A. Bystritsky, *PLoS One* 5, e12547 (2010).
11. V. Afraimovich, I. Tristan, R. Huerta, and M. I. Rabinovich, *Chaos* 18,043103 (2008).
12. T. Fukai, *Neural Comput.* 9, 77 (1997).
13. W. E. Lamb, *Phys. Rev.* 134, A1429 (1964).
14. F. Lin and J. Liu, *IEEE J. Quantum Electron.* 39, 562 (2003).
15. P. Saboureau, J. Foing, and P. Schanne, *IEEE J. Quantum Electron.* 33, 1582 (1997).
16. H. D. I. Abarbanel, M. B. Kennel, L. Illing, S. Tang, H. F. Chen, and J. M. Liu, *IEEE J. Quantum Electron.* 37, 1301 (2001).
17. M. C. Soriano, J. García-Ojalvo, C. R. Mirasso, and I. Fischer, *Rev.Mod. Phys.* 85, 421 (2013).
18. G. Chen, H. Chen, M. Haurylau, N. A. Nelson, D. H. Albonesei, P. M.Fauchet, and E. G. Friedman, *Integr. VLSI J.* 40, 434 (2007).
19. T. Erneux and P.Glorieux, *Laser Dynamics* (Cambridge University, 2010).
20. G. P. Agrawal, *IEEE J. Quantum Electron.* 23, 860 (1987).
21. D. Hansel, G. Mato, and C. Meunier, *Phys. Rev. E* 48, 3470 (1993).
22. P. Ashwin and J. Borresen, *Nonlinear Dynamics and Chaos: Advances and Perspectives, Understanding Complex Systems* (Springer, 2010).
23. J. Tiana-Alsina, K. Hicke, X. Porte, M. C. Soriano, M. C. Torrent, J.Garcia-Ojalvo, and I. Fischer, *Phys. Rev. E* 85, 026209 (2012).
24. M. G. Rosenblum, A. S. Pikovsky, and J. Kurths, *Phys. Rev. Lett.* 76,1804 (1996).
25. L. F. Abbott, *J. Phys. A* 23, 3835 (1990).
26. S. J. Kiebel, K. von Kriegstein, J. Daunizeau, and K. J. Friston, *PLoS Comput. Biol.* 5, e1000464 (2009).
27. P. Seliger, L. S. Tsimring, and M. I. Rabinovich, *Phys. Rev. E* 67,011905 (2003).